[机密]2024年
6月14日11:00前

重庆市2024年初中学业水平暨高中招生考试

数学试题（A卷）参考答案及评分意见

一、选择题：（本大题10个小题，每小题4分，共40分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	C	C	B	D	B	B	D	A	D

二、填空题：（本大题8个小题，每小题4分，共32分）

11．3；　　12．9；　　13．$\frac{1}{9}$；　　14．10%；

15．3；　　16．16；　　17．8，$\frac{20\sqrt{13}}{13}$；　　18．82，4564．

三、解答题：（本大题8个小题，第19题8分，其余每小题10分，共78分）

19．解：（1）原式$=x^2-2xy+x^2+2xy+y^2$

$=2x^2+y^2$．………………………………（4分）

（2）原式$=\frac{a+1}{a}\cdot\frac{a(a+1)}{(a+1)(a-1)}$

$=\frac{a+1}{a-1}$．………………………………（8分）

20．解：（1）$a=$ 86 ，$b=$ 87.5 ，$m=$ 40 ．………………（3分）

（2）写出一条理由即可：

①我认为七年级学生的安全知识竞赛成绩较好，理由是：七年级学生的安全知识竞赛成绩的众数86大于八年级学生的安全知识竞赛成绩的众数79．

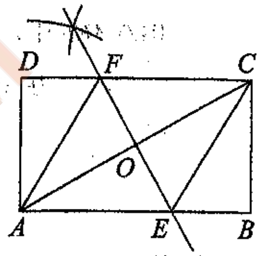
②我认为八年级学生的安全知识竞赛成绩较好，理由是：八年级学生的安全知识竞赛成绩的中位数87.5大于七年级学生的安全知识竞赛成绩的中位数86．………………………………（6分）

（3）$400\times\frac{6}{20}+500\times40\%=320$．

答：估计该校七、八年级参加此次安全知识竞赛成绩优秀的学生人数是320人．

………………………………（10分）

21．解：作答如图．………………………………（6分）



21题答图

①$\angle CFO=\angle AEO$；

②$OC=OA$；

③$OF=OE$；

④过平行四边形的一条对角线的中点作这条对角线的垂线，与平行四边形两边相交的两点和这条对角线的两个端点构成的四边形是菱形．………………（10分）

22．解：（1）设该企业甲类生产线有x条，则乙类生产线有（$30-x$）条．根据题意，得

$$3x+2(30-x)=70.$$

解方程，得

$$x=10.$$

$$30-x=30-10=20.$$

答：该企业甲类生产线有10条，乙类生产线有20条．…………（5分）

（2）设更新1条甲类生产线的设备需投入m万元，则更新1条乙类生产线的设备需投入（$m-5$）万元．根据题意，得

$$\frac{200}{m}=\frac{180}{m-5}.$$

解方程，得

$$m=50.$$

经检验，$m=50$是原方程的解．

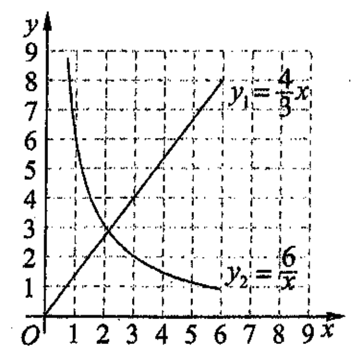
$$m-5=45.$$

$$50\times10+45\times20-70=1330.$$

答：该企业还需投入1330万元资金更新生产线的设备．…………（10分）

23．解：（1）$y_1=\frac{4}{3}x(0\leqslant x\leqslant6)$，$y_2=\frac{6}{x}(0<x\leqslant6)$．………………（4分）

（2）函数y_1，y_2的图象如答图．



23题答图

根据函数图象，函数的性质为：

①当$0<x<6$时，y_1随x的增大而增大；

当$0<x<6$时，y_2随x的增大而减小．

②函数y_1在自变量的取值范围内，有最大值和最小值．当$x=0$时，函数取得最小值0；当$x=6$时，函数取得最大值8．

函数y_2在自变量的取值范围内，有最小值．当$x=6$时，函数取得最小值1．

………………………………（8分）

（3）由函数图象得，当$2.1<x\leqslant6$时，$y_1>y_2$．…………………（10分）

24．解：（1）如图，过点 B 作 $BE\perp AC$，垂足为 E.

Rt△AEB 中，$\angle BAE=45°$，$AB=40$，

∴ $AE=BE=40\sin 45°=20\sqrt{2}$.

在 Rt△EBC 中，$\angle EBC=60°$，

∴ $EC=EB\tan 60°=\sqrt{3}EB=20\sqrt{6}$.

∴ $AC=AE+EC=20\sqrt{2}+20\sqrt{6}\approx 77.2$.

答：A，C 两港之间的距离约为 77.2 海里. ……………………………（4 分）

（2）如图，在 Rt△EBC 中，$\angle EBC=60°$，$EB=20\sqrt{2}$.

∴ $CB=2EB=40\sqrt{2}$.

∵ 甲货轮的航线为 $A\to B\to C$，

∴ $AB+BC=40+40\sqrt{2}\approx 96.4$.

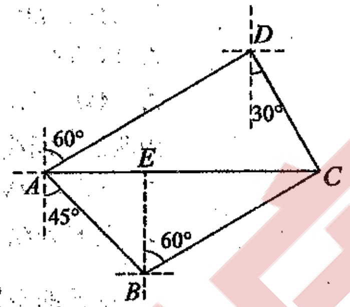
∵ 乙货轮沿 A 港的北偏东 60°方向航行一定距离到达 D 港，C 港在 D 港的南偏东 30°方向，

∴ $\angle ADC=90°$.

在 Rt△ADC 中，$\angle DAC=30°$，

$AC=20\sqrt{2}+20\sqrt{6}$，

∴ $CD=\frac{1}{2}AC=10\sqrt{2}+10\sqrt{6}$.



24 题答图

∴ $AD=AC\cos 30°=\frac{\sqrt{3}}{2}AC=10\sqrt{6}+30\sqrt{2}$.

∵ 乙货轮的航线为 $A\to D\to C$，

∴ $AD+DC=10\sqrt{6}+30\sqrt{2}+10\sqrt{2}+10\sqrt{6}=20\sqrt{6}+40\sqrt{2}\approx 105.4$.

∵ 两艘货轮的航行速度相等，且 $96.4<105.4$，

∴ 甲货轮先到达 C 港.

答：甲货轮先到达 C 港. ……………………………………………（10 分）

25．解：（1）∵ 抛物线 $y=ax^2+bx+4\ (a\neq 0)$ 与 y 轴交于点 C，

∴ 点 C 的坐标为（0，4），$OC=4$.

在 Rt△OBC 中，$\angle COB=90°$，$\tan\angle CBA=\frac{OC}{OB}=4$，得 $OB=1$.

∴ 点 B 的坐标为（1，0）.

将点（−1，6），（1，0）分别代入 $y=ax^2+bx+4$，得

$\begin{cases}a-b+4=6,\\ a+b+4=0.\end{cases}$ 解这个方程组，得 $\begin{cases}a=-1,\\ b=-3.\end{cases}$

所以，该抛物线的表达式为 $y=-x^2-3x+4$. ……………………（3 分）

（2）在抛物线的表达式 $y=-x^2-3x+4$ 中，

由 $-x^2-3x+4=0$，解得 $x_1=-4$，$x_2=1$.

∴ 点 A 的坐标为（−4，0）.

∴ 直线 AC 的表达式为 $y=x+4$.

设 $P(m,\ -m^2-3m+4)$，则 $D(m,\ m+4)$

∴ $PD=-m^2-3m+4-(m+4)=-m^2-4m=-(m+2)^2+4$.

∵ $-1<0$，

∴ 当 $m=-2$ 时，线段 PD 长度的最大值为 4.

此时点 P 的坐标为 $(-2,6)$，点 E 的坐标为 $(-2,0)$，点 D 的坐标为 $(-2,2)$.

∵ $MN\perp y$ 轴，点 M 在直线 $x=-2$ 上，

∴ $MN=EO=2$.

如图，连接 EF，设 EF 交 y 轴于点 N，过点 N 作 $NM\perp DE$，垂足为 M，连接 AM.

∵ $AE\perp DE$，且 $AE=2$.

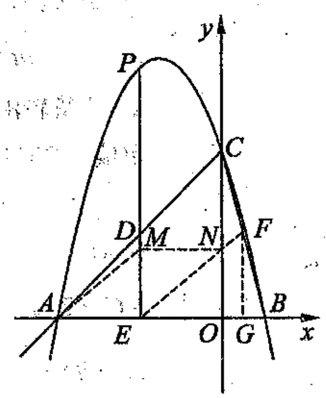
∴ 四边形 $AENM$ 为平行四边形.

∴ $AM=EN$.

由两点之间线段最短，$AM+NF$ 的最小值为 EF.

∴ $AM+MN+NF$ 的最小值为 $MN+EF$.

∵ 点 F 为线段 BC 的中点，



25 题答图

∴ 点 F 的坐标为 $(\frac{1}{2},2)$.

过点 F 作 $FG\perp AB$，垂足为 G，得点 G 的坐标为 $(\frac{1}{2},0)$.

在 Rt△EFG 中，$EF=\sqrt{EG^2+FG^2}=\sqrt{(\frac{1}{2}+2)^2+2^2}=\frac{\sqrt{41}}{2}$.

∴ $AM+MN+NF$ 的最小值为 $\frac{4+\sqrt{41}}{2}$. ……………………………（7 分）

（3）满足条件的点 Q 的坐标是 $(-1,-2)$，$(-\frac{19}{4},\frac{43}{16})$. …………………（10 分）

26．解：（1）∵ $BD<CD$，

∴ 点 F 在线段 AD 上.

∵ $\angle BAC=60°$，$\angle EFD=\angle BAC$，

∴ $\angle AFG=\angle EFD=60°$.

∵ $\angle BAD=\alpha$，

∴ $\angle FAG=60°-\alpha$.

在△AFG 中，$\angle FAG+\angle AFG+\angle AGF=180°$，

∴ $\angle AGF=180°-60°-(60°-\alpha)=60°+\alpha$.

即 $\angle AGE = 60° + \alpha$. ………………………………………………（3分）

（2）$DE = \frac{\sqrt{3}}{2}CG$. 证明如下：

∵ $BD < CD$，

∴ 点 F 在线段 AD 上.

连接 BE，过点 B 作 $BQ // EG$，分别交 AD，AC 于点 P，Q，则 $\angle BPD = \angle EFD$.

∵ $\angle BAC = 60°$，$\angle EFD = \angle BAC$，$AB = AC$，

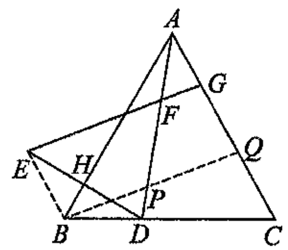
∴ $\angle ABC = \angle C = \angle BPD = 60°$.

∵ $\angle BPD = \angle BAD + \angle ABQ$，$\angle ABC = \angle ABQ + \angle CBQ$，

∴ $\angle BAD = \angle CBQ$.

在△ABD 和△BCQ 中，

$$\begin{cases} \angle ABD = \angle BCQ, \\ AB = BC, \\ \angle BAD = \angle CBQ, \end{cases}$$



26 题答图

∴ △ABD≌△BCQ.

∴ $BD = CQ$.

∵ 点 D 与点 E 关于直线 AB 对称，

设 DE 与 AB 交于点 H.

∴ $BE = BD$，$EH = HD$，$\angle EBA = \angle ABD = 60°$，$\angle BHE = \angle BHD = 90°$.

∴ $\angle BEH = \angle BDH = 30°$，$DH = \frac{\sqrt{3}}{2}BD$.

∴ $DE = 2DH = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}BD = \sqrt{3}BD$.

∵ $\angle EBD = 120°$，

∴ $\angle EBD + \angle C = 180°$.

∴ $EB // AC$.

∴ 四边形 $EBQG$ 是平行四边形.

∴ $BE = QG$.

∴ $BD = GQ = CQ$.

∴ $CG = 2BD$.

∴ $DE = \frac{\sqrt{3}}{2}CG$. ………………………………………………（8分）

（3）$\frac{CG}{AG}$ 的值为 $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ 或 $\frac{5+\sqrt{3}}{2}$. ………………………………（10分）